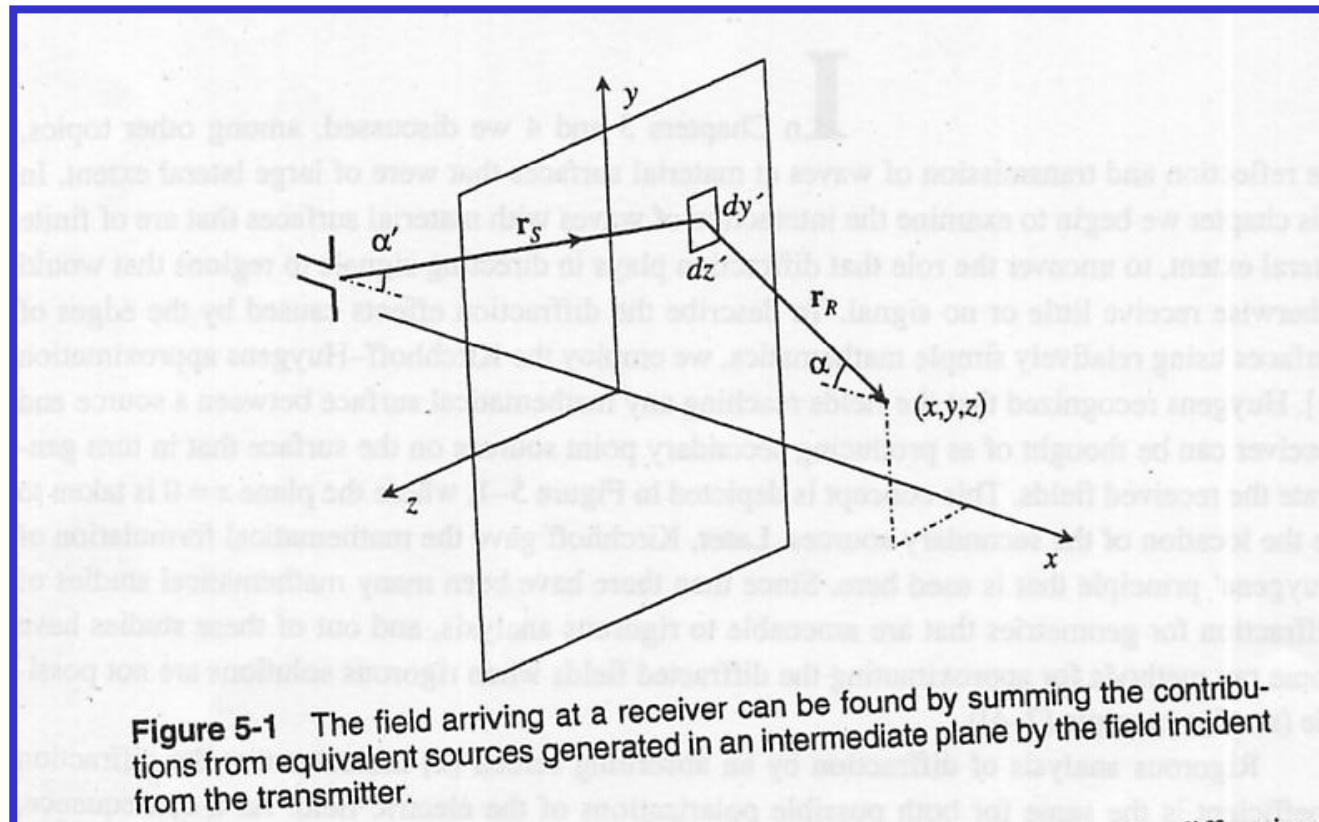


## Diffrazione da bordi e spigoli

Approssimazione di Kirchhoff-Huygens: i campi che raggiungono ogni superficie matematica interposta fra sorgente e ricevitore possono essere considerati causa di sorgenti puntiformi secondarie sulla superficie, sorgenti secondarie che a loro volta possono essere considerate causa dei campi ricevuti. In Fig.5-1 le sorgenti secondarie sono posizionate sul piano  $x=0$ .



## Diffrazione da bordi e spigoli

L'approssimazione scalare di Kirchhoff per l'ampiezza complessa del campo elettrico  $E$ , o analogamente di quello magnetico  $H$ , in un punto del ricevitore  $(x,y,z)$  con  $x>0$ , dovuto a sorgenti poste nella regione  $x<0$ , come in Fig.5-1, può essere scritta come un integrale sul piano  $x=0$ :

$$\left. \begin{array}{l} E(x, y, z) \\ H(x, y, z) \end{array} \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda(\alpha, \alpha') \cdot \left\{ \begin{array}{l} E^{inc}(0, y', z') \\ H^{inc}(0, y', z') \end{array} \right\} \frac{jke^{-jkr_R}}{4\pi r_R} dy' dz' \quad (1)$$

Nella precedente,  $r_R$  è la distanza fra il punto di sorgente secondaria  $(y',z')$  posto sul piano  $x=0$  ed il punto del ricevitore, ed:

$$\Lambda(\alpha, \alpha') = \cos \alpha + \cos \alpha' \quad (2)$$

## Diffrazione da bordi e spigoli

$$\left. \begin{matrix} E(x, y, z) \\ H(x, y, z) \end{matrix} \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda(\alpha, \alpha') \cdot \left\{ \begin{matrix} E^{inc}(0, y', z') \\ H^{inc}(0, y', z') \end{matrix} \right\} \frac{jke^{-jkr_R}}{4\pi r_R} dy' dz' \quad (1)$$

$E_{inc}$  ed  $H_{inc}$  sono i campi dovuti alle sorgenti primarie, che forniscono l'ampiezza delle sorgenti secondarie sul piano  $x=0$ .

L'integrando è nella forma di prodotto fra la sorgente equivalente, la dipendenza di onda sferica su  $r$  ed una funzione di forma  $\Lambda(\alpha, \alpha')$ .

In formulazioni vettoriali più rigorose,  $\Lambda(\alpha, \alpha')$  è un operatore differenziale che descrive anche la polarizzazione del campo diffratto.

Integrando i contributi di onda sferica sulla distribuzione di sorgenti secondarie si ottiene il campo totale nel punto di ricezione.

## **Diffrazione da bordi e spigoli**

Consideriamo una onda sferica che si propaga da un trasmettitore ad uno specifico punto di ricezione.

Determiniamo la regione di spazio che il campo attraversa viaggiando dal punto di trasmissione al punto di ricezione (volume del raggio).

A tale scopo poniamo uno schermo assorbente con un foro in un piano interposto fra trasmettitore e punto di ricezione.

Modificando la dimensione, la forma e la posizione del foro per minimizzare la distorsione del campo nel punto di ricezione, è possibile ottenere la sezione della regione attraverso cui il campo si propaga.

Per semplificare la matematica, utilizzeremo la teoria dei raggi supponendo che il foro sia di dimensioni molto maggiori rispetto alla lunghezza d'onda.

## Diffrazione da bordi e spigoli

Per uno schermo posto perpendicolarmente rispetto alla direzione di propagazione, la simmetria del problema suggerisce che la regione sarà circolare.

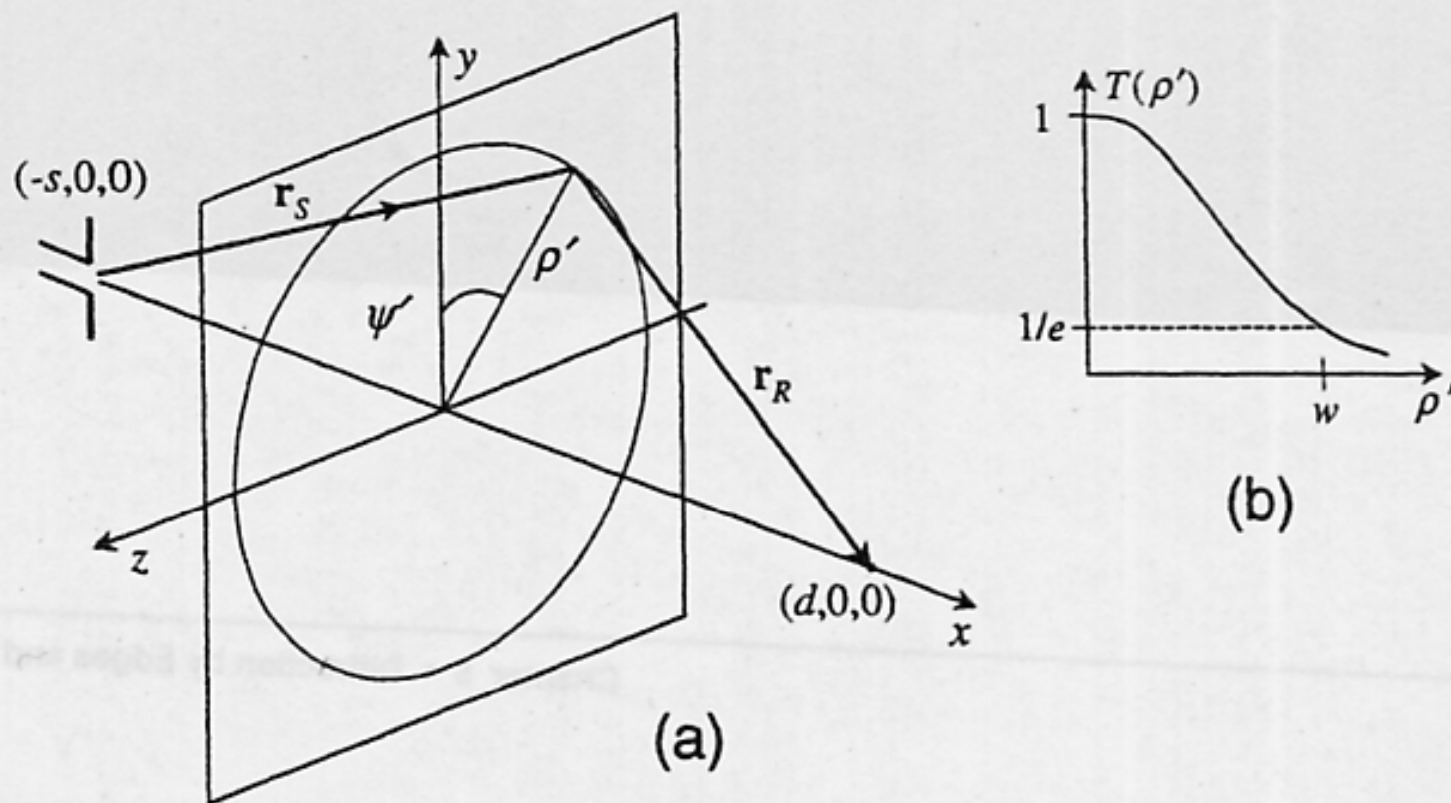
La dimensione della regione occupata dal campo dipenderà dalla dimensione del foro e sarà determinata dalla distorsione del campo ricevuto.

Per semplicità, poniamo la sorgente in  $(-s,0,0)$  lungo l'asse x negativo, e il punto di ricezione in  $(d,0,0)$ , lungo l'asse x positivo.

Lo schermo assorbente è posto nel piano  $x=0$  con un foro circolare centrato sull'asse x, come mostrato in Fig. 5-2a.

Uno schermo con un foro circolare è equivalente dal punto di vista matematico all'assegnare un coefficiente di trasmissione  $T(\rho')$  al piano  $x=0$ , dove  $\rho'$  è la distanza radiale:

$$\rho' = \sqrt{(y')^2 + (z')^2} \quad (3)$$



**Figure 5-2** The circular window in (a) is centered on the line between the transmitter and receiver and is used to find the size of the region through which the wave propagates, assuming that its transmission coefficient (b) has continuous variation with radial distance.

## Diffrazione da bordi e spigoli

Nel foro,  $T(\rho')=1$ , mentre  $T(\rho')$  si attenua per  $\rho'$  maggiori.

Se  $T(\rho')$  passasse bruscamente da 1 sul foro a 0 fuori dal foro, sarebbero presenti effetti di diffrazione che confonderebbero l'interpretazione dell'ampiezza della regione di propagazione (volume del raggio).

Questi effetti di diffrazione possono essere evitati assumendo una variazione continua di  $T(\rho')$ , come ad esempio una dipendenza gaussiana:

$$T(\rho') = e^{-\frac{(\rho')^2}{w^2}} \quad (4)$$

scelta in quanto porta a espressioni matematiche piu' semplici.

La variazione gaussiana è mostrata in Fig. 5-2b, e  $w$  rappresenta il raggio del foro corrispondente ad una attenuazione pari ad  $1/e$ .

## Valutazione della distorsione del campo

Il campo elettrico incidente sullo schermo in corrispondenza del piano  $x=0$  è:

$$E(0, y', z') = Z \cdot I \cdot f(\vartheta, \varphi) \cdot \frac{e^{-j \cdot k \cdot r_s}}{r_s} \quad (5)$$

dove  $r_s = \sqrt{s^2 + (\rho')^2}$  è la distanza fra il trasmettitore ed i punti sul piano  $x=0$ .

La sorgente secondaria di campo  $E_{\text{inc}}$  subito a destra dello schermo è quindi data dal prodotto di (5) per la funzione di trasmissione (4).

Il campo  $E(d, 0, 0)$  si ottiene dall'integrale di Kirchhoff-Huygens (1) con  $E_{\text{inc}}$  posto uguale al prodotto fra (4) e (5).

Essendo il foro centrato sull'asse  $x$ ,  $\alpha$  ed  $\alpha'$  saranno piccoli, e dalla (2) segue  $\Lambda(\alpha, \alpha') \cong 2$ .



## Valutazione della distorsione del campo

Quindi, utilizzando le variabili cilindriche  $(\rho', \psi')$  mostrate in Fig.5-2a per svolgere l'integrale sul piano, si ha:

$$E(d,0,0) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} Z \cdot I \cdot f(\vartheta, \varphi) \cdot \frac{e^{-j \cdot k \cdot r_s}}{r_s} \cdot e^{-\frac{(\rho')^2}{w^2}} \cdot \frac{jke^{-jkr_R}}{2\pi r_R} d\psi' \cdot \rho' d\rho' \quad (6)$$

dove  $r_R = \sqrt{d^2 + (\rho')^2}$  è la distanza fra il punto di integrazione sul piano ed il punto di ricezione.

Nella valutazione dell'integrale in (6), la funzione di trasmissione di tipo gaussiano limita i contributi a valori di  $\rho'$  prossimi a zero.

Quindi possiamo approssimare  $r_R$  ed  $r_s$  come:

$$r_R = \sqrt{d^2 + (\rho')^2} \cong d + \frac{(\rho')^2}{2d}; \quad r_s = \sqrt{s^2 + (\rho')^2} \cong s + \frac{(\rho')^2}{2s} \quad (7)$$

## Valutazione della distorsione del campo

Essendo  $d, s \gg \rho'$ , possiamo porre  $r_R = d$  ed  $r_s = s$  nei termini di modulo a denominatore.

Inoltre, dato che la variazione di  $f(\theta, \varphi)$  sul foro sarà piccola, essa può essere sostituita dal suo valore al centro del foro.

L'integrando è ora indipendente da  $\psi'$ , quindi l'integrazione in  $\psi'$  è pari a  $2\pi$ .

Con le suddette approssimazioni, la (6) diventa:

$$E(d, 0, 0) = Z \cdot I \cdot f(\vartheta, \varphi) \cdot \frac{jk \cdot e^{-j \cdot k \cdot (s+d)}}{s \cdot d} \cdot \int_0^\infty e^{-\left[ \frac{1}{w^2} + j \frac{k}{2} \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{d} \right) \right] (\rho')^2} \cdot \rho' d\rho' \quad (8)$$

## Valutazione della distorsione del campo

L'integrazione in (8) può essere risolta in forma chiusa, e dopo alcuni passaggi fornisce l'espressione:

$$E(d,0,0) = \left[ Z \cdot I \cdot f(\vartheta, \varphi) \cdot \frac{jk \cdot e^{-j \cdot k \cdot (s+d)}}{s+d} \right] \cdot \frac{1}{1 - j \frac{2sd}{kw^2(s+d)}} \quad (5.9)$$

Il primo termine fra parentesi nella (9) fornisce il campo che sarebbe arrivato al punto di ricezione se lo schermo trasmittente non ci fosse.

Il termine successivo fornisce invece la distorsione del campo dovuta alla presenza dello schermo, che è piccola se il raggio  $w$  del foro è grande.

## Valutazione della distorsione del campo

Se definiamo l'errore  $\varepsilon$  con l'espressione:

$$\varepsilon = \frac{2sd}{kw^2(s+d)} = \frac{\lambda \cdot sd}{\pi \cdot w^2(s+d)} \quad (10)$$

per  $\varepsilon$  piccolo il termine di distorsione in (9) è approssimativamente  $1+j^*\varepsilon$ .

La fase del campo è distorta di  $\arctan(\varepsilon)$ , e l'ampiezza di  $\sqrt{1+\varepsilon^2} \cong 1+\varepsilon^2/2$

Per esempio, se  $\varepsilon=0.1$ , la fase è distorta di circa  $18^\circ$  e l'ampiezza di 0.5%.

Per un certo errore fissato  $\varepsilon$ , il raggio  $w$  del foro fornisce una sezione della regione di spazio attraverso cui il campo si propaga dalla sorgente al ricevitore con una distorsione massima pari ad  $\varepsilon$ .

## Valutazione della distorsione del campo

Il raggio del foro corrispondente ad un certo errore  $\varepsilon$  può essere ottenuto dalla (10) come:

$$w = \sqrt{\frac{\lambda \cdot sd}{\pi \cdot \varepsilon (s + d)}} \quad (11)$$

Se la distanza totale  $s+d=r$  fra sorgente e ricevitore è mantenuta fissata mentre  $s$  e  $d$  sono variate, la (11) descrive una regione a forma di sigaro attorno alla linea diretta che connette sorgente e ricevitore.

Questa regione è più ampia nel suo punto centrale quando  $s=d=r/2$ , ed il suo raggio in questo caso vale  $\sqrt{\lambda r / (4\pi\varepsilon)}$

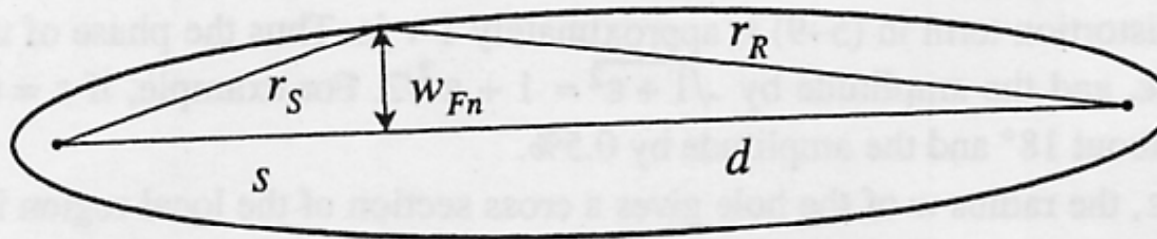
Si noti che per  $r \gg \lambda$ , come avviene tipicamente, la larghezza della regione è piccola rispetto ad  $s$  e  $d$ , e ciò giustifica le approssimazioni effettuate nella valutazione dell'integrale nella (6).

## Zone di Fresnel

Le zone di Fresnel sono ellissoidi di rotazione attorno al raggio diretto che connette trasmettitore e punto di ricezione, in cui questi ultimi costituiscono i fuochi dell'ellisse (Fig.5-3).

Per la zona di Fresnel n-esima, il cammino  $r_s + r_R$  fra il trasmettitore ed un qualunque punto dell'ellissoide e poi da tale punto al punto di ricezione, è  $n\lambda/2$  più grande del cammino diretto  $s + d$ , o, in altri termini:

$$(r_s + r_R) - (s + d) = n \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$



**Figure 5-3** The Fresnel zone is a ellipsoid of revolution with the transmitter and receiver as foci.

## Zone di Fresnel

Sia  $w_{Fn}$  il raggio della n-esima zona di Fresnel ad una data distanza  $s$  dal trasmettitore.

Se  $s+d \gg \lambda$ ,  $r_R$  ed  $r_s$  possono essere approssimati dalla (7), con  $\rho'$  sostituito da  $w_{Fn}$ .

Sostituendo queste espressioni nella (12) e risolvendo rispetto a  $w_{Fn}$ , si ottiene:

$$w_{Fn} = \sqrt{n \frac{\lambda \cdot sd}{s + d}} \quad (13)$$

Confrontando la (11) con la (13) si vede che se  $w_{Fn}$  è preso come il raggio del foro nello schermo trasmissivo, la distorsione del campo sarà  $\varepsilon = 1/n\pi$

## **Zone di Fresnel**

I risultati precedenti mostrano che la propagazione dell'onda da una sorgente ad un punto di ricezione è un fenomeno localizzato, con la regione locale data dalle zone di Fresnel.

Gli oggetti, come il suolo o gli edifici, che si trovano fuori dalle zone di Fresnel possono introdurre ulteriori contributi di riflessione o scattering al campo totale che si riceve, ma causeranno solamente una piccola distorsione dell'onda originaria.

Viceversa, oggetti che si trovano all'interno delle zone di Fresnel, specialmente dentro la prima zona ( $n=1$ ), causeranno una perturbazione significativa dell'onda diretta.



## Zone di Fresnel

La zona di Fresnel è più larga a metà distanza fra sorgente e ricevitore.

Se la distanza sorgente-ricevente è  $r$ , a metà distanza (per cui  $s=d=r/2$ ) il diametro della prima zona di Fresnel ( $n=1$ ) è pari a:

$$2w_{F1} = \sqrt{\lambda \cdot r} \quad (14)$$

Si nota dunque che il diametro cresce con la distanza  $r$  e con la lunghezza d'onda.

Se  $r=1$  km, a 900 MHz il diametro della prima zona è pari a  $2w_{F1}=18.3$  m, mentre a 1800 MHz è pari a 12.9 m.

Quindi per propagazione su distanze superiori al km, il diametro della prima zona di Fresnel è circa pari alla larghezza di un edificio di media grandezza, o equivalentemente alla larghezza di un paio di case.

## Modello a 2 raggi della propagazione

Formula di Friis per un collegamento fra due antenne:

$$P_R = P_T \cdot G_R \cdot G_T \cdot \left( \frac{\lambda}{4\pi \cdot r} \right)^2$$

Guadagno di tratta (path gain) in spazio libero (proporzionale a  $\lambda^2$ , decresce come  $1/f^2$ ).

$$PG = P_R / P_T = G_R \cdot G_T \cdot \left( \frac{\lambda}{4\pi \cdot r} \right)^2$$

$$PG_{dB} = 10\log PG = 10\log G_R \cdot G_T - 32.4 - 20\log f_G - 20\log r$$

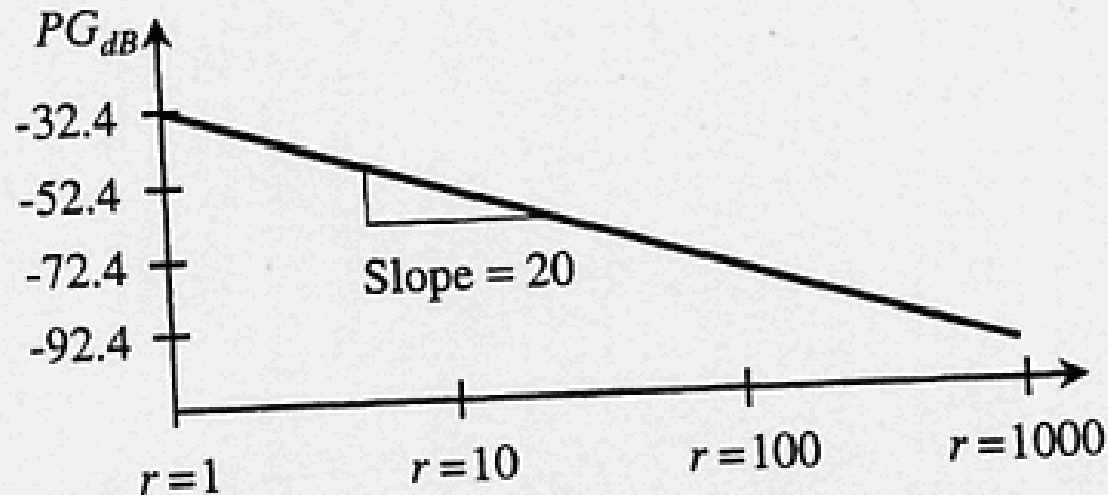
Area Efficace antenna isotropica:  $A_{\text{eff}} = G \cdot \lambda^2 / 4\pi = 0.08\lambda^2$

PG fra due antenne isotropiche ( $G=1$ ) distanti 1 Km:  $PG=0.57 \cdot 10^{-9}$

PG fra due dipoli ( $G=1.64$ ) distanti 1 Km:  $PG=1.54 \cdot 10^{-9}$

## Modello a 2 raggi della propagazione

Graficando  $PG_{dB}$  rispetto alla distanza  $r$  in scala logaritmica, si ottiene una linea retta con pendenza di  $-20$ .



**Figure 4-9** Variation of the path gain expressed in decibels for two isotropic antennas ( $g = 1$ ) in free space with separation  $r$  on a log scale for  $f = 1$  GHz.

Grafico simile a quello visto per la dipendenza dalla distanza del segnale totale medio in collegamenti terrestri (il coefficiente di  $\log(r)$  era però 36 e non 20).

L'attenuazione di tratta (path loss) in dB,  $L=10\log(PL)$ , è il path gain cambiato di segno: plottato rispetto al  $\log(r)$  in spazio libero fornisce una retta crescente.

## Modello a 2 raggi della propagazione:

### Potenza ricevuta in presenza di cammini multipli

Campo elettrico irradiato in campo lontano e potenza totale irradiata:

$$\underline{E} = Z \cdot I \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} f(\vartheta, \phi) \underline{i}_E \quad P_T = \frac{1}{2\eta} \cdot |Z \cdot I|^2 (4\pi)$$

Campo elettrico dell'onda irradiata in funzione della potenza totale irradiata:

$$\underline{E} = \sqrt{\frac{\eta P_T}{2\pi}} \cdot e^{j\psi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} f_R(\vartheta, \phi) \underline{i}_E \quad (1)$$

$f_T(\theta, \phi)$ : funzione che rappresenta il pattern di irradiazione dell'antenna trasmittente

$\psi$ : fase del prodotto  $Z^*I$ , indipendente dalla direzione.

## Modello a 2 raggi della propagazione:

### Potenza ricevuta in presenza di cammini multipli

Area efficace di una antenna che riceve onde dalla direzione  $(\theta, \phi)$  :

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} g(\mathcal{G}, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} |f_R(\mathcal{G}, \phi)|^2$$

$f_R(\theta, \phi)$  è la funzione di irradiazione dell'antenna ricevente.

Potenza ricevuta da una antenna adattata in polarizzazione e al carico quando su di essa incide una singola onda piana con direzione  $(\theta_1, \phi_1)$ :

$$P_R = A_e / 2 \cdot \left| \text{Re} \left\{ \underline{E} \times \underline{H}^* \right\} \right| = A_e |E|^2 / 2\eta$$

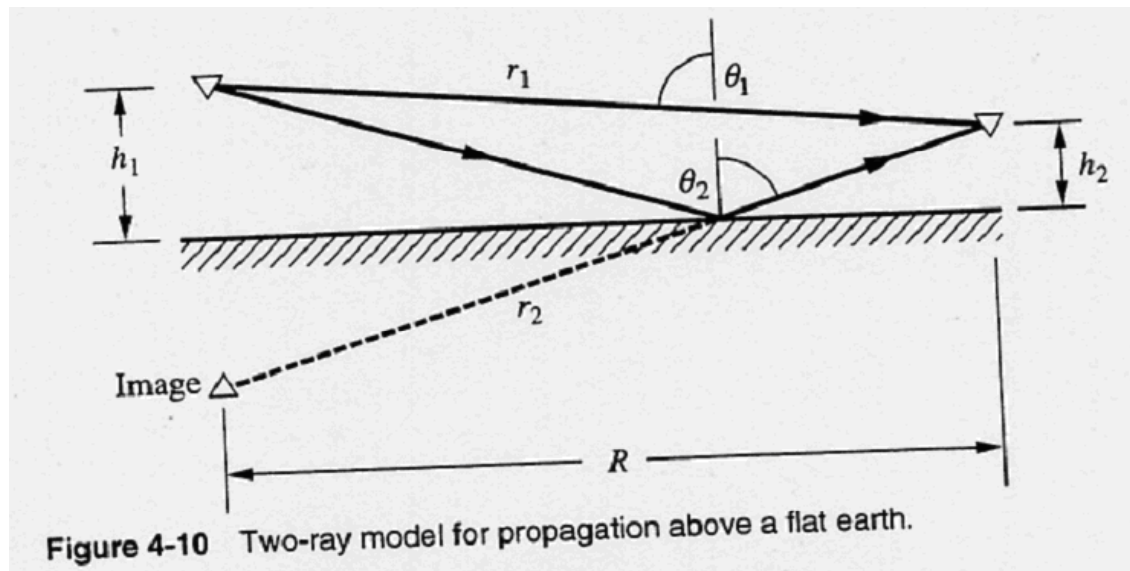
Potenza ricevuta da una antenna adattata in polarizzazione e al carico quando due onde con diverse direzioni  $(\theta_1, \phi_1)$  e  $(\theta_2, \phi_2)$  incidono su di essa.

$$P_R = \frac{1}{2\eta} \left| E_1 f_R(\mathcal{G}_1, \phi_1) + E_2 f_R(\mathcal{G}_2, \phi_2) \right|^2 \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (2)$$

## Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta

Per collegamenti terrestri, in cui le antenne sono poste sopra il suolo, il suolo stesso è un'ostacolo (provoca cioè scattering) per il campo.

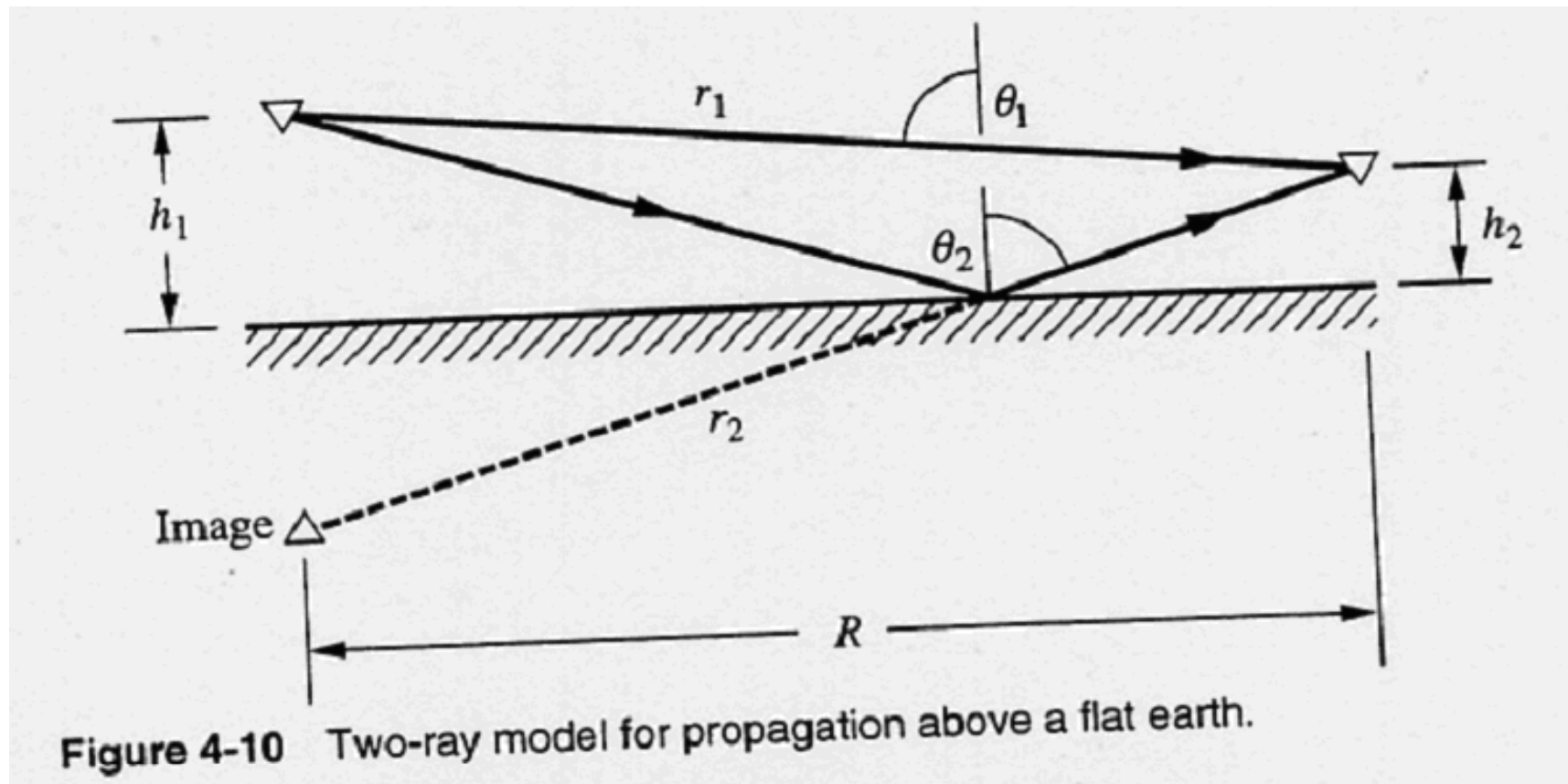
Per collegamenti brevi possiamo trascurare la curvatura della terra, e quindi la geometria del collegamento è quella mostrata in Fig.4.10 per antenne separate da una distanza orizzontale  $R$ .



La trasmittente irradierà una onda sferica che verrà riflessa dal suolo (raggio riflesso) e che si propagherà anche secondo un cammino diretto verso la ricevente (raggio diretto).

## Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta

Essendo, per la legge di Snell, l'angolo di riflessione del raggio uguale all'angolo di incidenza, i raggi riflessi da una superficie piatta sembreranno provenire dall'immagine della trasmittente rispetto al suolo.



## Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta

La potenza totale ricevuta dovuta ai due campi che arrivano alla ricevente attraverso il cammino percorso dal raggio diretto e attraverso quello percorso dal raggio riflesso sarà:

$$P_R = P_T \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \left| f_1(\vartheta_1) f_2(\vartheta_1) \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \Gamma(\vartheta_2) f_1(\vartheta_2) f_2(\vartheta_2) \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \right|^2 \quad (3)$$

$f_1, f_2$ : funzioni di irradiazione normalizzate delle due antenne

$\Gamma$ : coefficiente di riflessione di onda piana del suolo per la polarizzazione verticale (TM) o orizzontale (TE) a seconda della polarizzazione del campo incidente al suolo.

Le lunghezze di cammino  $r_1$  ed  $r_2$  sono espresse rispetto alla distanza orizzontale  $R$  come:

$$r_{1,2} = \sqrt{R^2 + (h_1 \mp h_2)^2}$$



## Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta

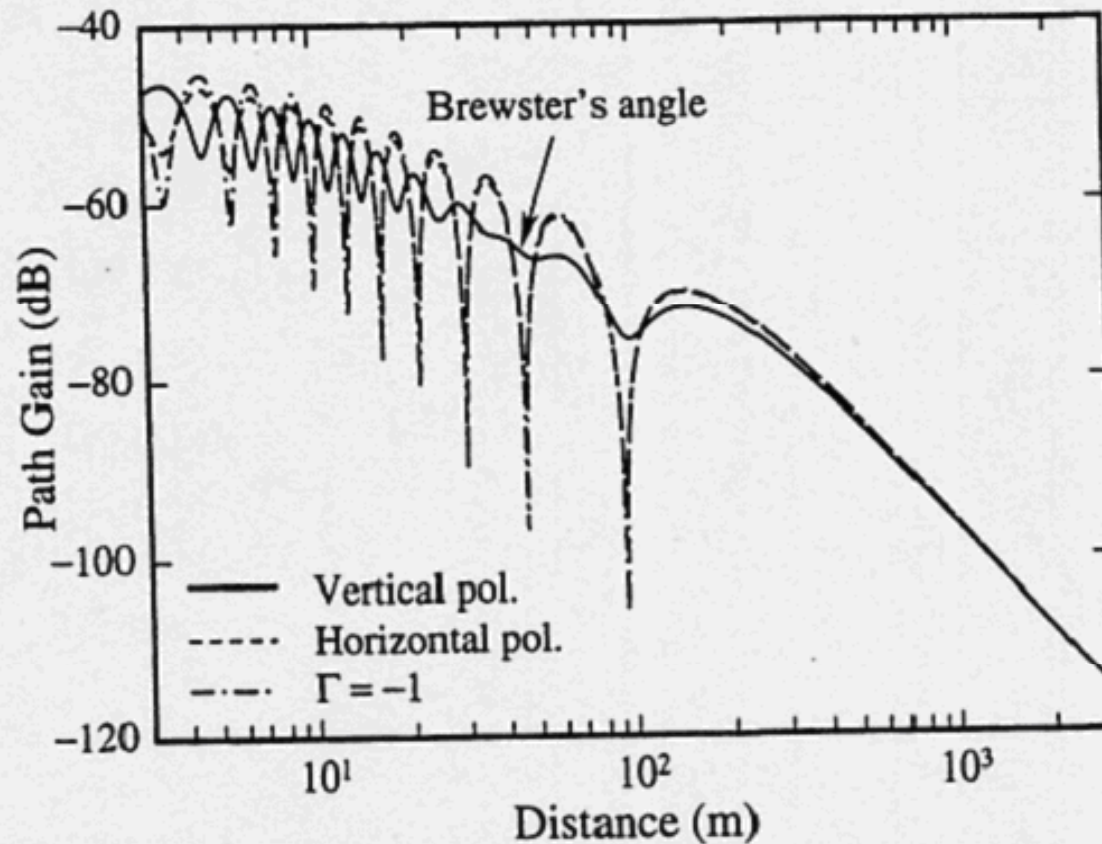
Se supponiamo per semplicità le antenne isotrope,  $f_1=f_2=1$  e, dividendo ambo i membri per  $P_T$ , si ottiene il path gain del modello a due raggi:

$$PG = \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \left| \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \Gamma(\vartheta_2) \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \right|^2 \quad (4)$$

Il path gain è plottato in dB in Fig.4.11 utilizzando i coefficienti di riflessione  $\Gamma_E$  per polarizzazione orizzontale (TE),  $\Gamma_H$  per polarizzazione verticale (TM) e  $\Gamma=-1$  per un conduttore perfetto.

I grafici sono calcolati per altezza della RBS  $h_1$  pari a 8.7m, altezza del mobile  $h_2$  pari a 1.8m e frequenza di 900 MHz.

## Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta



**Figure 4-11** Path gain computed from the two-ray model using plane wave reflection coefficients for horizontal (TE) and vertical (TM) reflection coefficients, and using  $\Gamma = -1$  ( $h_1 = 8.7$  m,  $h_2 = 1.8$  m,  $f = 900$  MHz).

## Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta

Quando  $R$  varia fra 2m e circa 150m, il path gain subisce rapide variazioni oscillanti dovute all'interferenza fra i due termini della (4) che, al variare del cammino, vanno in fase e in opposizione di fase in maniera appunto oscillante.

Quando  $R$  si avvicina ai 200m, le distanze dei cammini,  $r_1$  ed  $r_2$ , tendono a coincidere e i minimi di interferenza diventano più elevati per  $\Gamma = -1$ .

Per il caso di polarizzazione orizzontale (TE),  $\Gamma_E$  è negativo per tutti gli angoli di incidenza, ed il suo modulo cresce monotonamente fino all'unità al crescere di  $\theta_2$ .

Di conseguenza, il path gain di Fig.4.11 per la polarizzazione orizzontale è simile al caso di conduttore perfetto  $\Gamma = -1$ .

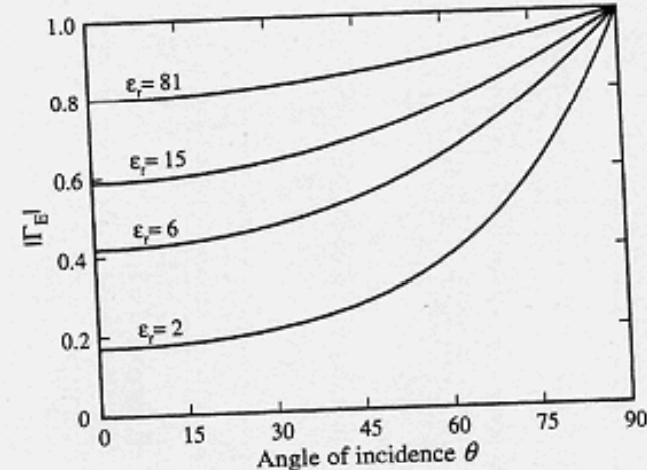


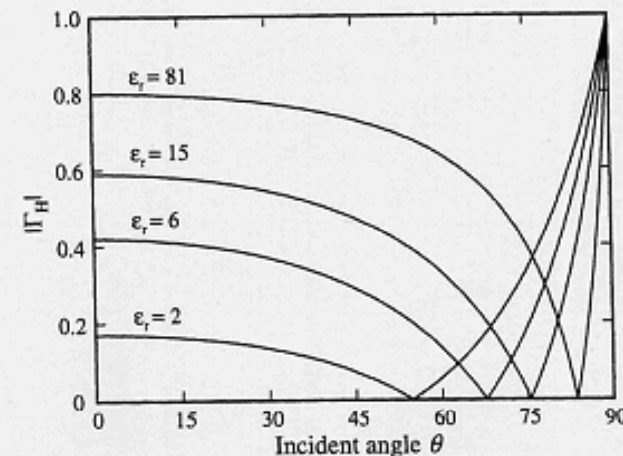
Figure 3-9 Variation of the magnitude of the TE reflection coefficient with angle of incidence for a plane wave reflected at a dielectric  $\epsilon_r$ .

## Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta

Per il caso di polarizzazione verticale (TM),  $\Gamma_H$  ha uno zero all'angolo di Brewster  $\theta_B$ , che corrisponde al valore di  $R$  indicato in figura.

Per valori minori di  $R$ ,  $\theta_2 < \theta_B$  e  $\Gamma_H$  è positivo, con la conseguenza che i minimi per la polarizzazione verticale corrispondono ai massimi del caso di conduttore perfetto  $\Gamma = -1$ .

Oltre il valore di  $R$  che corrisponde all'angolo di Brewster,  $\Gamma_H$  è negativo e i minimi e i massimi di interferenza per la polarizzazione verticale corrispondono a quelli della polarizzazione orizzontale, sebbene essi non siano altrettanto elevati, dato che  $|\Gamma_H|$  è più piccolo di  $|\Gamma_E|$ .



**Figure 3-11** Variation of the magnitude of the TE reflection coefficient with angle of incidence for a plane wave reflected at a dielectric  $\epsilon_r$ . The reflection coefficient vanishes at Brewster's angle  $\theta_B$ .

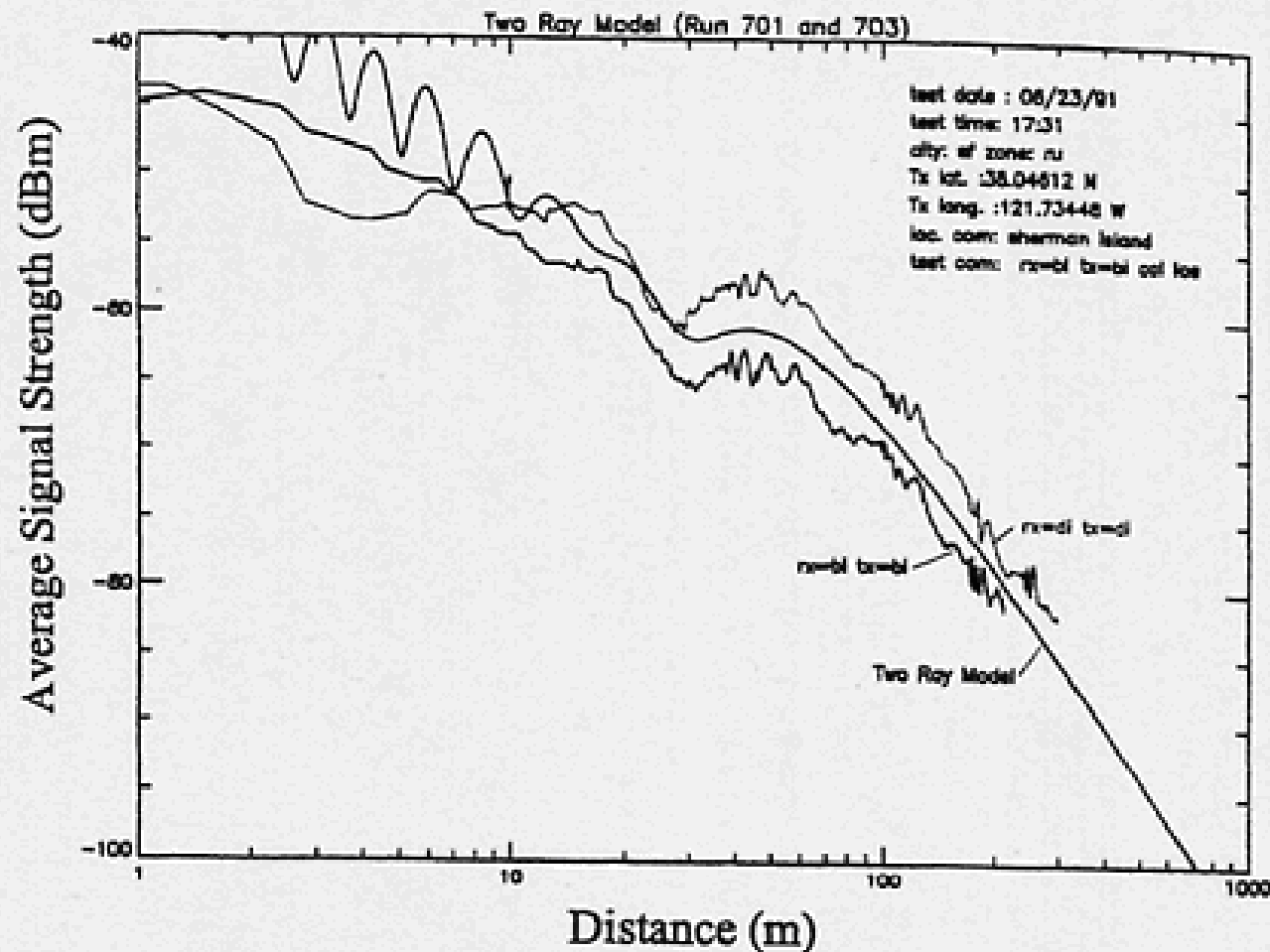
## **Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta**

Le previsioni descritte sopra sono convalidate dal confronto con le misure eseguite ad 800 MHz lungo una strada dritta a San Francisco, in una zona con suolo piatto senza edifici e con solamente piante molto basse (boscaglia), ma con pali telefonici disposti lungo la strada.

I risultati del confronto dati predetti/dati misurati sono mostrati in Fig.4.12 per il caso di polarizzazione verticale.

Le differenze rispetto ai valori predetti sono dovute al fatto che le antenne usate non sono isotropiche, alla presenza dei pali che provocano scattering (e quindi fading) e dalla diversa distanza scelta (R-3.2m).

## Modello a 2 raggi della propagazione su terra piatta



**Figure 4-12** Variation of the received signal measured over flat terrain on Sherman Island, California [5](©1993 IEEE). The upper curve, for distances greater than 10 m, is for dipoles, and the lower is for bicone antennas. The smooth curve is calculated for isotropic antennas ( $h_1 = 3.2$  m,  $h_2 = 1.6$  m, and  $f = 800$  MHz).

## Modello a 2 raggi della propagazione: Distanza di Breakpoint

Oltre 150m, nella Fig.4.11 il coefficiente di riflessione ha modulo  $|\Gamma| \cong 1$  per entrambe le polarizzazioni, ed il path gain decresce rapidamente con la distanza.

Questo comportamento può essere esaminato approssimando la (4) nell'ipotesi che  $R \gg h_1, h_2$ .

Per grandi valori di  $R$ , le distanze possono essere approssimate come:

$$r_{1,2} = R + \frac{(h_1 \mp h_2)^2}{2R} = R + \frac{h_1^2 + h_2^2}{2R} \mp \frac{h_1 \cdot h_2}{2R}$$

Come al solito, utilizziamo il primo termine nel denominatore, ma dobbiamo tenere entrambi i termini per la fase.

Con queste approssimazioni, e assumendo  $|\Gamma| \cong 1$ , il path gain diventa:

$$PG \cong \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \left| e^{jk \frac{h_1 \cdot h_2}{R}} - e^{-jk \frac{h_1 \cdot h_2}{R}} \right|^2 = 4 \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \left| \sin \left( 2\pi \frac{h_1 \cdot h_2}{\lambda R} \right) \right|^2 \quad (5)$$

## Modello a 2 raggi della propagazione: Distanza di Breakpoint

Al crescere di  $R$ , l'argomento della funzione seno nella (5) decresce, causando i massimi ed i minimi osservati in Fig.4.11, fino a che l'argomento non raggiunge  $\pi/2$  e si ottiene l'ultimo minimo.

L'ultimo minimo si ha nel punto di breakpoint  $R_b$  dato da:

$$R_b = 4 \frac{h_1 \cdot h_2}{\lambda} \quad (6)$$

Come esempio, se  $h_1=10\text{m}$ ,  $h_2=1.5\text{m}$  e  $\lambda=1/6\text{m}$ , che corrisponde ad una frequenza di 1.8 GHz, la distanza di breakpoint vale  $R_b=360\text{m}$ .

Oltre il punto di breakpoint, l'argomento della funzione seno nella (5) diventa piccolo e il seno può essere approssimato col suo argomento.

Quindi, per  $R \gg R_b$  il path gain si riduce a:

$$PG \cong \frac{(h_1 \cdot h_2)^2}{R^4} \quad (7)$$



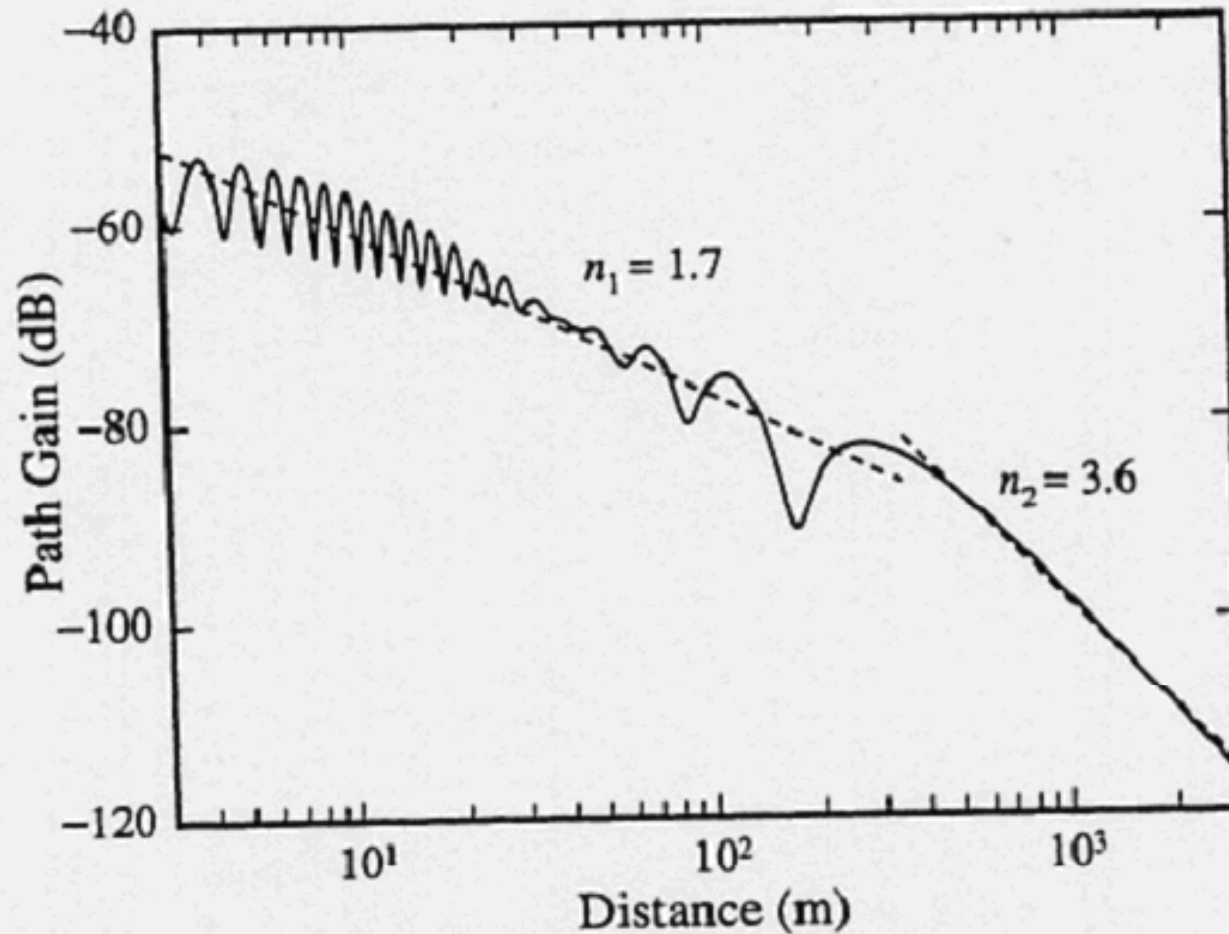
## **Modello a 2 raggi della propagazione: Distanza di Breakpoint**

La distanza di break  $R_b$  per terra piatta data dalla (6) divide la variazione del segnale in due regioni, e la media del segnale può essere modellata separatamente da una curva di regressione basata sui minimi quadrati.

Nella regione prima del breakpoint, la variazione sistematica del segnale con  $R$  presenta una minore pendenza rispetto alla variazione dopo il breakpoint.

Questa differenza è indicata in Fig.4.13 per il segnale ricevuto calcolato mediante la (4) alla frequenza di 1850 MHz per la polarizzazione verticale, e sono mostrate anche le linee di regressione prima e dopo il breakpoint.

## Modello a 2 raggi della propagazione: Distanza di Breakpoint



**Figure 4-13** Regression fit lines in the regions  $R < R_b$  and  $R > R_b$  made to the predictions of the two-ray model for flat earth ( $h_1 = 8.7$  m,  $h_2 = 1.6$  m,  $f = 1850$  MHz).

## **Modello a 2 raggi della propagazione: Distanza di Breakpoint**

Prima del breakpoint la pendenza è pari ad  $n=1.7$ , dopo il breakpoint essa sale a  $n=3.6$ .

Sebbene il valore della pendenza prima del breakpoint sia minore di 2, ciò non implica che il segnale (ricevuto) sia maggiore che in spazio libero.

Questa minore pendenza ( $n=1.7 < 2$ ) è invece conseguenza del fatto che il path gain è plottato rispetto alla distanza orizzontale  $R$  piuttosto che rispetto alla vera distanza fra le antenne, che deve invece tenere conto anche delle diverse altezze dal suolo delle antenne stesse (la distanza “vera” fra le antenne non è  $R$  se le antenne hanno diversa altezza, ossia se  $h_1 \neq h_2$ ).

A meno che le due curve di best fitting non siano forzate ad unirsi nel punto di breakpoint durante il processo di fitting basato sui minimi quadrati, ci può essere un salto in corrispondenza di  $R_b$ , come mostrato in Fig.4.13.